

Dans ce qui suit, toute réponse non justifiée par des calculs intermédiaires sera considérée comme inexacte.

Tous les calculs seront effectués par des méthodes vues en cours ou en travaux dirigés.

Durée de l'épreuve 1h00.

**Les calculatrices et téléphones sont interdits.**

**La présentation de la copie est prise en compte (1pt)**

**Lecture du sujet : (10')**

**Exercice I : ( ≈ 2 pts : 5')**

1. Calculez la valeur prise par le polynôme  $P(x) = x^4 - 5x^3 - 7x - 1$  en  $\alpha = 2$ , ainsi que la valeur de la dérivée de ce même polynôme en ce même point par la méthode d'Hörner.

**Exercice II : ( ≈ 6 pts : 15')**

Soit le support numérique :

x	-1	0	1	2
F(x)	0	2	2	6

1. Calculez l'expression de  $\Phi(x)$
2. A l'aide du résultat précédent et des méthodes de Lagrange et d'Horner déterminez les coefficients du polynôme d'interpolation.

**Exercice III : ( ≈ 4 pts : 10')**

En utilisant la méthode de Taylor à l'ordre 2, résolvez l'équation différentielle  $y' = 3x^2 + y^2$ .

1. Donnez la relation permettant de calculer  $y_{k+1}$  à partir de  $y_k$ ,  $x_k$  et  $h$ .
2. En utilisant les conditions initiales  $x_0 = 1$ ,  $y(x_0) = -1$  et un pas d'intégration  $h$  égal à 1, calculez la valeur de  $y(3)$ .

**Exercice IV : ( ≈ 6 pts : 20' )**

On se propose d'évaluer l'intégrale  $I = \int_{-2}^1 F(X) dX$ .  $F(X)$  est connue par ses valeurs :

X	-2	-1	0	1
Y	-9	-2	-1	0

1. Pourquoi ne peut-on calculer la valeur de l'intégrale par la méthode de Simpson ?
2. Montrez qu'il est possible de calculer la valeur de l'intégrale  $I$  en combinant les méthodes des Trapèzes et de Simpson.  
Proposez des solutions permettant d'utiliser la méthode de Simpson sur l'étendue la plus large possible
3. Donnez les approximations de l'intégrale  $I$  en utilisant chacune des solutions proposées ci-dessus.  
Quelle est la meilleure approximation selon vous ?  
Justifiez votre réponse (on pourra s'aider d'un tracé sommaire de la courbe )

**Exercice V : ( 1 pt : 0' )**

1. Voulez le point bonus ?