

**Dans ce qui suit, toute réponse non justifiée par des calculs intermédiaires sera considérée comme inexacte.
Tous les calculs seront effectués par des méthodes vues en cours ou en travaux dirigés.
Durée de l'épreuve 1h00.
Les calculatrices et téléphones sont interdits.**

**Pas de Blanco SVP.
Votre copie va être lue, appliquez-vous.**

Exercice I : (≈ 8 pts)

Dans ce qui suit, tous les calculs seront menés à l'aide de la méthode d'Horner.

Soit $P_5(x)$ un polynôme de degré 5 s'exprimant : $P_5(x) = x^5 + 2x^4 - 15x^3 - 20x^2 + 44x + 48$

1. Calculez en utilisant le schéma de Horner la valeur $P_5(3)$.
2. Déterminez le polynôme quotient $Q_3(x)$ résultant de la division de $P_5(x)$ par $T(x) = x^2 - 4$ où :
 $P_5(x) = T(x)Q_3(x) + R(x)$.
 Pour ce faire vous rechercherez les racines évidentes de $T(x)$ après l'avoir factorisé puis utiliserez la méthode d'Horner pour réaliser les deux divisions.
 Au vu des résultats de vos calculs vous expliquerez pourquoi cette méthode est ici possible.
 Donnez l'expression du reste $R(x)$.
3. Calculez la valeur de $Q(x), T(x)$ et $R(x)$ en $x=3$.
4. Retrouvez la valeur de $P_5(x)$ en $x=2$ à l'aide des valeurs calculées précédemment.
5. Montrez que $P'(2) = 4 \cdot Q_3(2)$ en utilisant la réponse de la question 2. (3pts)

Exercice II : (≈ 11 pts)

Soit le support numérique :

x_i	-4	-2	0	2	4
$y_i = F(x_i)$	0	-2	4	18	40

1. Quel est, a priori, le degré du polynôme d'interpolation passant par ces points ?
2. Calculez la valeur en $x=-3$ que prend le polynôme d'interpolation **déterminé par la méthode de Newton**.
3. On sait par ailleurs que $F(-2) = -2$. Comparez cette valeur avec celle que vous avez trouvée.
 Quelle conjecture pouvez-vous faire quant à la nature de la fonction F ?
 Aviez-vous une autre raison pour émettre cette hypothèse ?
4. En supposant les conditions requises vérifiées, calculez à l'aide du tableau des différences la valeur de la fonction $F(x)$ en $x = 6$ et $x = -6$

Exercice III : (≈ 1 pt)

1. Combien font $7 + 5$?