V. Propagation des ondes électromagnétiques dans le vide

I. Généralités sur les phénomènes de propagation

II. Rappel sur les Ondes électromagnétiques planes dans le vide

I. Généralités sur les phénomènes de propagation

1) Ondes

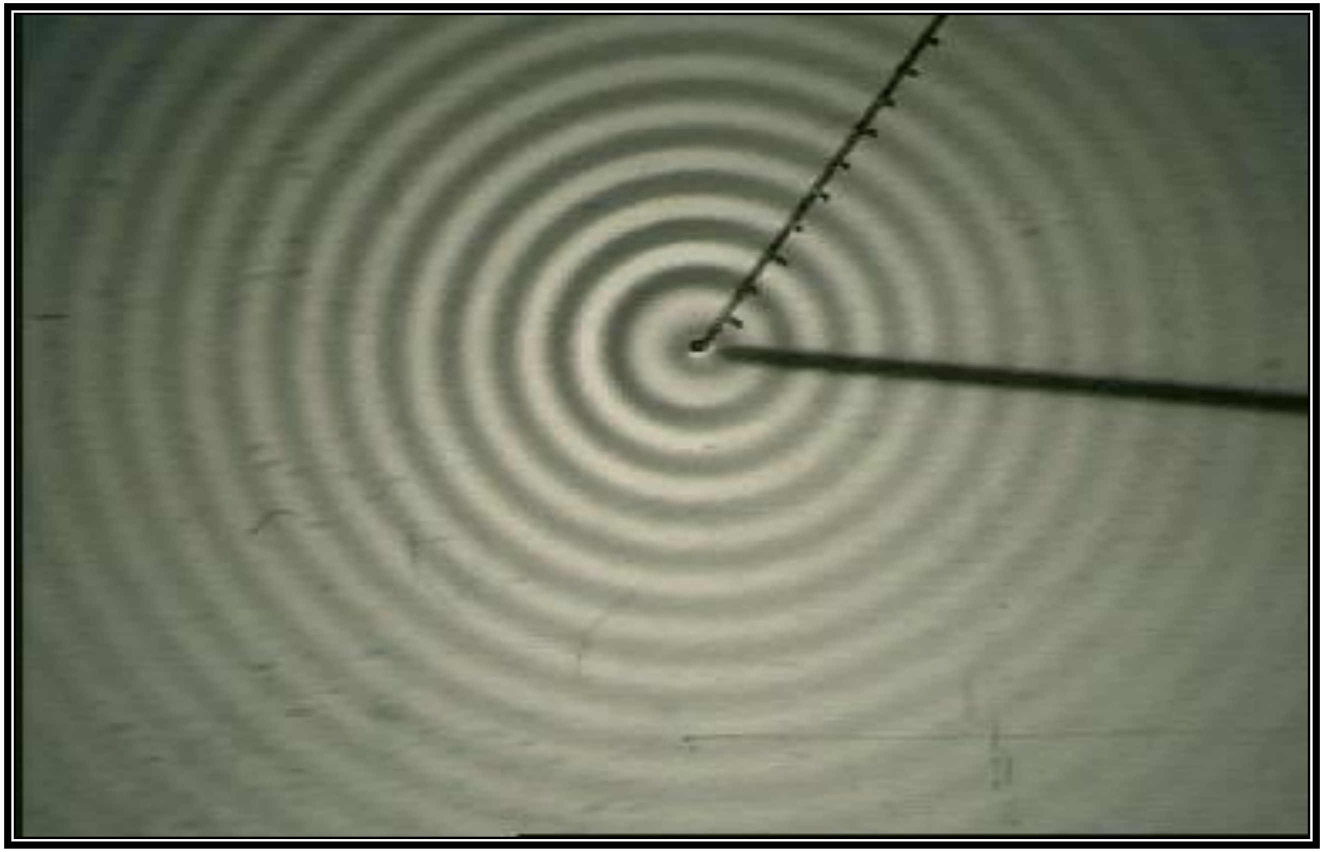
2) Ondes progressives

3) Equation de propagation

4) Ondes périodiques. Ondes sinusoïdales

1 - Ondes

Ondes à la surface de l'eau : propagation d'une perturbation.
Les molécules d'eau se déplacent au passage de la perturbation mais elles ne sont pas entrainées par la perturbation.



Dans un phénomène ondulatoire, il n'y a pas déplacement de matière. En revanche, c'est l'énergie qui se propage.

Caractéristique fondamentale d'une onde :

Phénomène de transport d'énergie sans transport de matière.

Ondes mécaniques

Elles se propagent dans un milieu matériel déformable et élastique

- ✓Ondes sur une corde
- ✓Ondes sur un ressort
- ✓Ondes acoustiques
- ✓Ondes à la surface de l'eau

- ❑ Onde transversale: provoquée par une perturbation perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde.

- ❑ Onde longitudinale: perturbation dont la direction est parallèle à la direction de propagation de l'onde.

Ondes électromagnétiques

La perturbation n'est plus de nature mécanique mais de nature ***électromagnétique***.

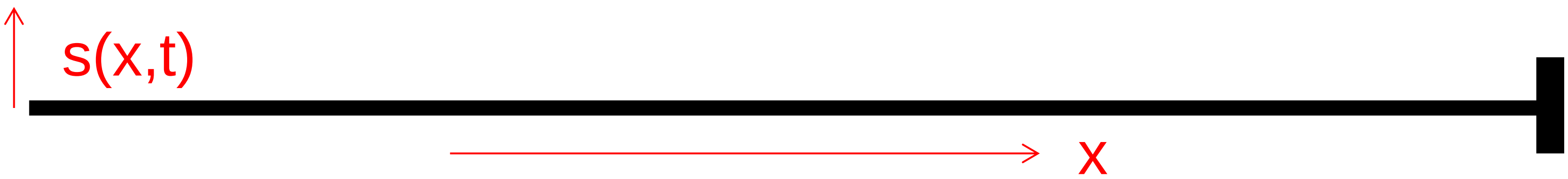
La propagation des ondes électromagnétiques ne nécessite pas l'existence d'un support matériel.

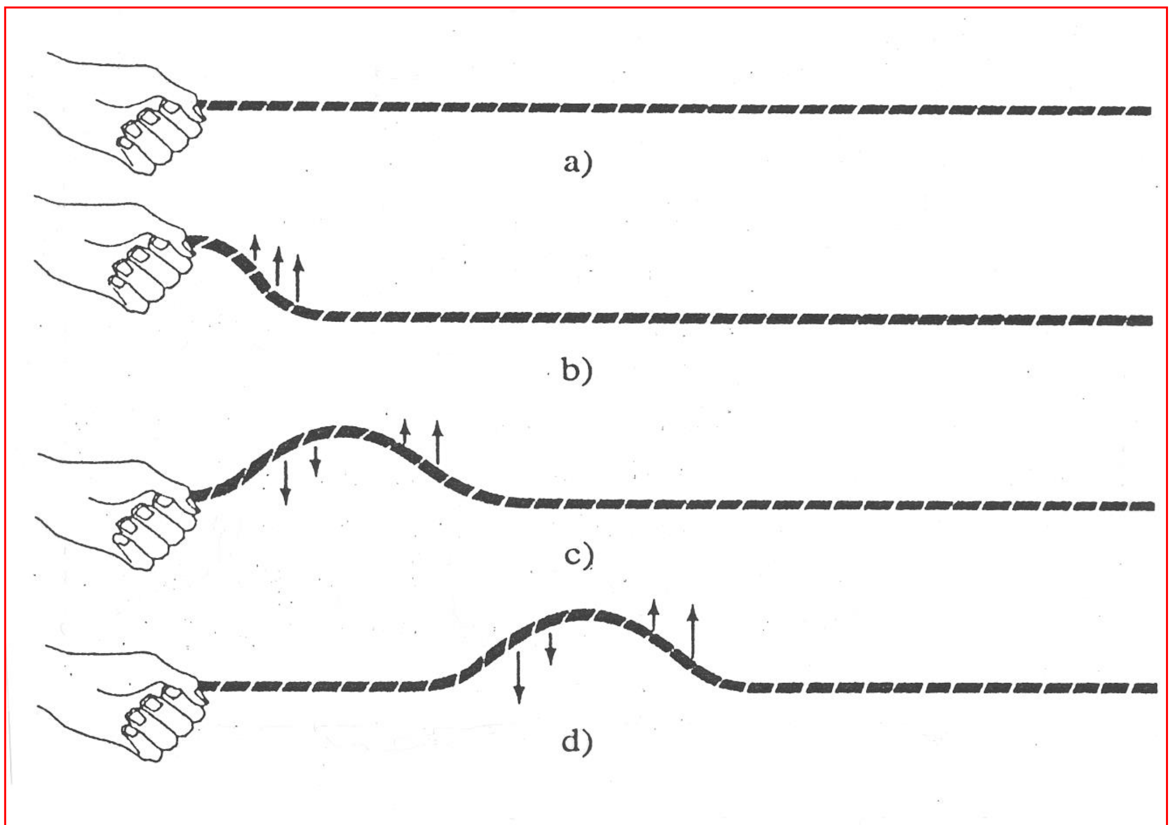
Domaines des ondes électromagnétiques :

- ✓Rayonnement γ
- ✓Rayons X
- ✓Rayonnement UV, visible et IR (lumière)
- ✓Hyperfréquences ou micro-ondes
- ✓Ondes radio

2 - Ondes progressives

Propagation à une dimension. Onde sur une corde





Dépendance spatio-temporelle :

Le phénomène ondulatoire correspond à une dépendance particulière en x et en t. Il y a couplage entre les variations spatiales et temporelles de la grandeur qui se propage.

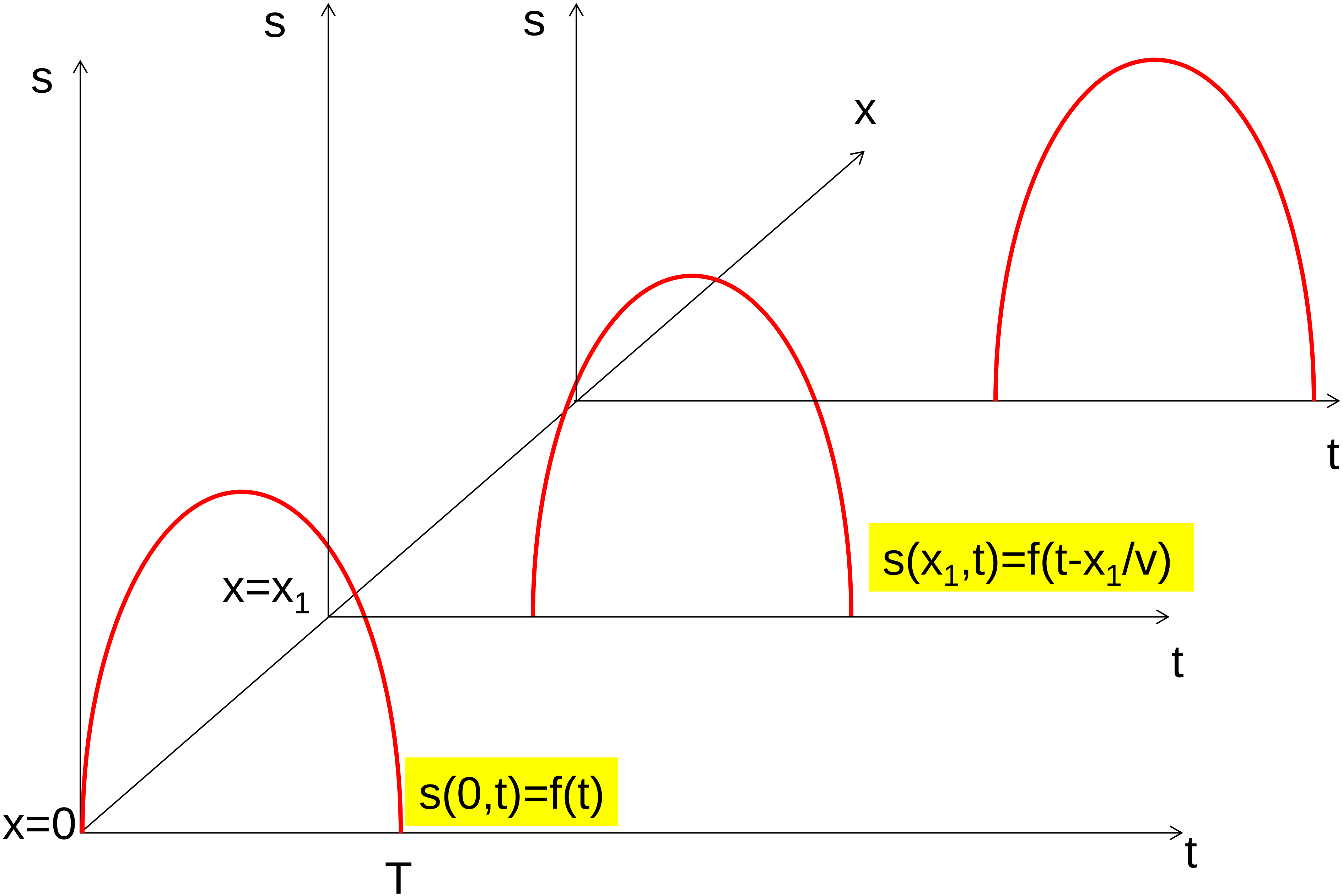
Hypothèse :

Propagation sans déformation (en particulier pas de dissipation d'énergie au cours de la propagation).

On « crée » l'onde en imposant à l'extrémité libre de la corde (x=0), un déplacement s(0,t)=f(t)

Pour suivre l'évolution des phénomènes, il est commode :

- ✓de visualiser l'allure de la corde à un instant t_0
- ✓de suivre le mouvement d'un point x_0 de la corde en fonction du temps


s
s
s
x
t
x=x1
s(x1,t)=f(t-x1/v)
t
x=0
s(0,t)=f(t)
t
T

Conclusion :

✓ Une onde progressive à une dimension est représentée par une fonction dépendant de t et de x par le groupement

$(x - vt)$ ou $(t - x/v)$

ce qui correspond à une onde progressive se déplaçant dans le sens des x croissants.

v = célérité de l'onde ou vitesse de phase (m/s)

3 - Equation de propagation

Fonction d'onde *s(M,t),* par exemple *s(x,y,z,t)* en coordonnées cartésiennes ou *s(r,θ,φ,t)* en coordonnées sphériques

$$\frac{\partial^2 s(x,t)}{\partial x^2} - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 s(x,t)}{\partial t^2} = 0$$

à une dimension

$$\Delta s(M,t) - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 s(M,t)}{\partial t^2} = 0$$

à trois dimensions

où Δ est l'opérateur laplacien

$$\Delta s(x,y,z,t) = \frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2}$$

(coordonnées cartésiennes)

Remarques :

✓ L'équation ne contient aucun terme dissipatif : elle ne rend pas compte des phénomènes d'amortissement.

✓ Il n'y a pas de terme source : c'est uniquement une équation de propagation (il faut créer l'onde)

Solution générale de l'équation de propagation :

$$s(x,t) \;=\; \underbrace{f(x-vt)}_{\text{Onde se propageant dans le sens des x croissants}} + \underbrace{g(x+vt)}_{\text{Onde se propageant dans le sens des x décroissants}}$$

4. Ondes périodiques - Ondes sinusoïdales

Onde périodique :

En un point, la perturbation reprend la même valeur en deux instants séparés par un intervalle de temps T.

A cause du couplage entre variations spatiales et variations temporelles, on a une double périodicité:

Périodicité temporelle $\Longleftrightarrow$ Périodicité spatiale

On se limite à des fonctions sinusoïdales (théorème de Fourier)

$$s(x,t) = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \varphi\right] + B\cos\left[\omega\left(t + \frac{x}{v}\right) + \psi\right]$$

$$s(x,t) = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)+\varphi\right] + B\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{v}\right)+\psi\right]$$

A , B : amplitudes,

ω : pulsation (rad/s),

f : fréquence (Hz),

T : période (s)

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$s(x,t) = A\cos\left[\omega t-\frac{\omega}{v}x+\varphi\right] + B\cos\left[\omega t+\frac{\omega}{v}x+\psi\right]$$

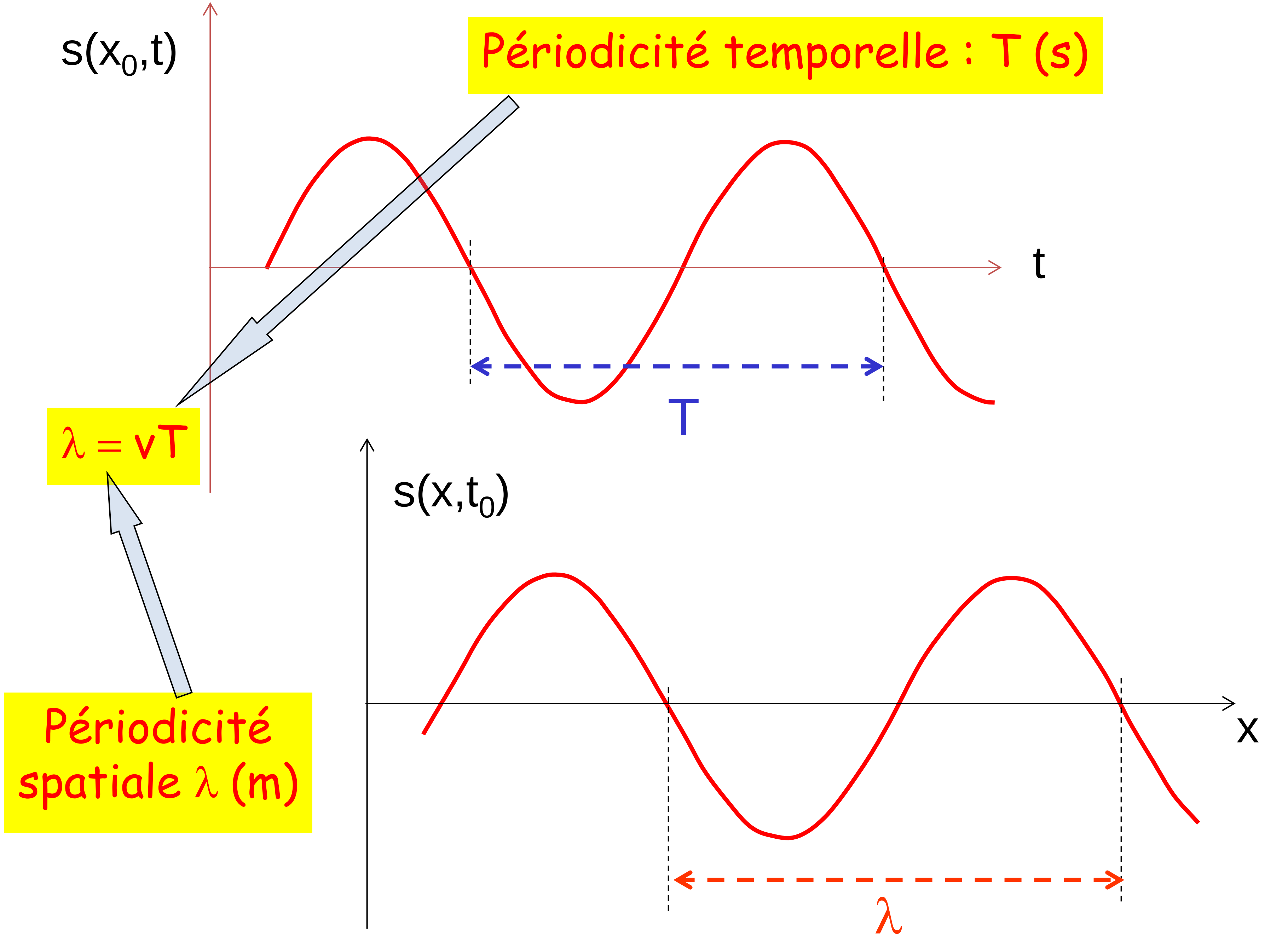
$$\Rightarrow s(x,t) = A\cos[\omega t - kx + \varphi] + B\cos[\omega t + kx + \psi]$$

k : module du "vecteur d'onde" (m^{-1})

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

λ : longueur d'onde (m)

$$\lambda = vT$$



s(x0,t)
Périodicité temporelle : T (s)
t
T
λ = vT
s(x,t0)
x
λ
Périodicité spatiale λ (m)

ONDE ELECTROMAGNETIQUE PLANE DANS LE VIDE

I - Onde électromagnétique

1 - Champ électromagnétique

2 - Equations de Maxwell

3 - Equation de propagation

4 – Vitesse de phase – Vitesse de groupe

II - Onde Progressive Plane Monochromatique (OPPM)

1 - Onde plane

2 - Structure de l ’onde plane

3 - Onde plane monochromatique

4 - Polarisation

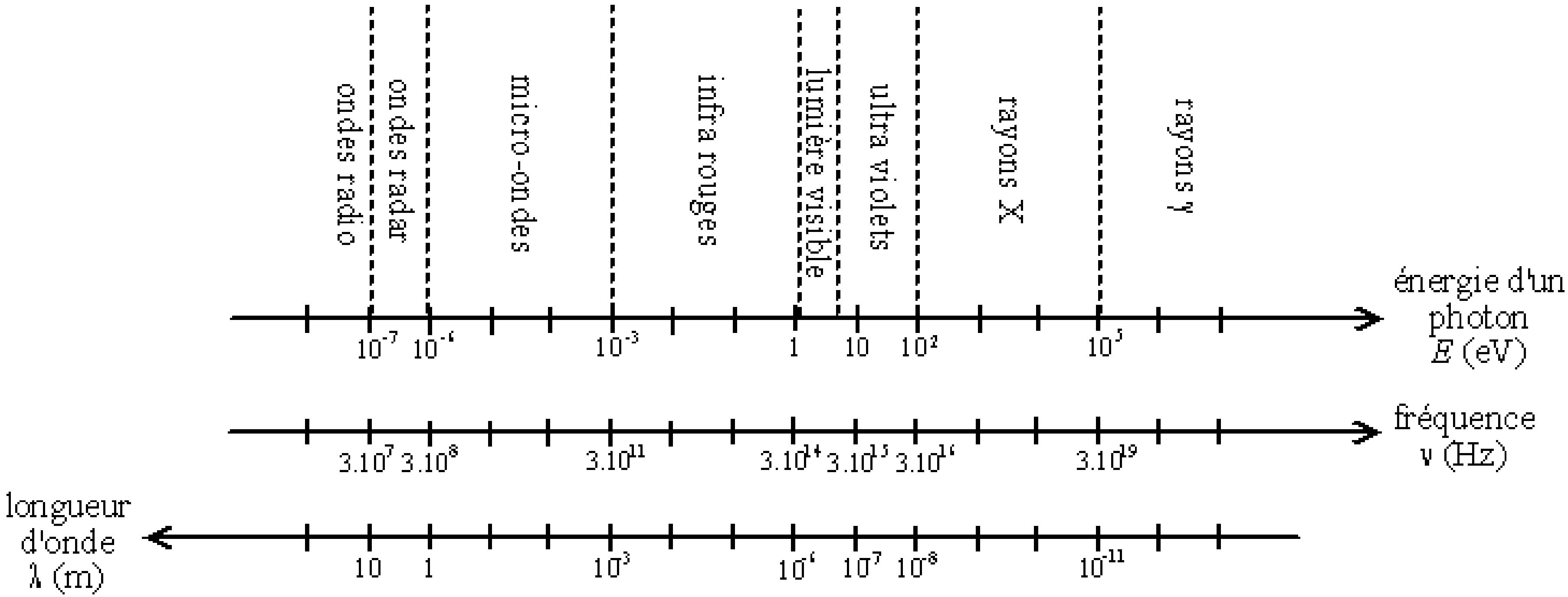
III - Aspects énergétiques

1 - Densité d ’énergie électromagnétique

2 - Vecteur de Poynting

3 - Bilan d ’énergie

SPECTRE DES ONDES ELECTROMAGNETIQUES



✓ Pour les ondes radio et la lumière, on utilise habituellement la longueur d'onde.

✓ A partir des rayons X, comme on a affaire à des particules très énergétiques, l'énergie correspondant au photon X ou γ détecté est plus utile. Cette énergie est exprimée en électron-Volt (eV)

1 eV: énergie d'un électron accéléré par un potentiel de 1 Volt.

I - Onde électromagnétique

1 - Champ électromagnétique

Ondes planes: $\vec{E}$ et $\vec{B}$ (ou $\vec{H}$) dépendent uniquement d'une variable (par exemple x) et du temps $\vec{E}(x,t)$ et $\vec{B}(x,t)$. Il y a donc invariance du champ électromagnétique dans tout plan caractérisé par x = Cte.

En un point M, à l'instant t,

- Champ électrique $\vec{E}(M,t)$ en volt/mètre ($V.m^{-1}$)
- Induction électrique $\vec{D}(M,t)$ en coulomb/mètre carré ($C.m^{-2}$)
- Champ magnétique $\vec{B}(M,t)$ en tesla (T)
- Excitation magnétique $\vec{H}(M,t)$ en ampère/mètre ($A.m^{-1}$)

I - Onde électromagnétique

1 - Champ électromagnétique

Dans le vide, $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$ et $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$

ε_0, permittivité du vide

$\varepsilon_0 = 8,85.10^{-12}$ F/m

μ_0, perméabilité magnétique du vide

$\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ H/m

Dans un milieu matériel linéaire, homogène et isotrope (L.H.I.)

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad , \quad \varepsilon = \varepsilon_0 . \varepsilon_r$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad , \quad \mu = \mu_0 \mu_r$$

2 - Equations de Maxwell

Equations locales de l'électromagnétisme reliant le champ $(\vec{E}, \vec{B})$ ou $(\vec{E}, \vec{H})$ aux sources.

Dans un milieu quelconque,

$$div\vec{D} = \rho \quad (1) \qquad \overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$div\vec{B} = 0 \quad (3) \qquad \overrightarrow{rot}\vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial\vec{D}}{\partial t}$$

avec $\vec{j}$ vecteur densité de courant de conduction ($A.m^{-2}$),

ρ, densité volumique de charges ($C.m^{-3}$)

$\vec{j} = \sigma.\vec{E}$ σ, conductivité électrique ($S.m^{-1}$)

$\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} = \vec{J}_D$; courant de déplacement ou encore $\overrightarrow{J_D} = \varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$

2 - Equations de Maxwell

Equations locales de l'électromagnétisme reliant le champ $(\vec{E}, \vec{B})$ aux sources.

Dans un milieu quelconque:

$$div\,\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (1)$$

$$\overrightarrow{rot}\,\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$div\,\vec{B} = 0 \quad (3)$$

$$\overrightarrow{rot}\,\vec{B} = \mu(\vec{j} + \varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}) \quad (4)$$

I - Onde électromagnétique
2 - Equations de Maxwell

- Dans le vide ($\rho = 0$ et $\vec{j} = \vec{0}$): $\boxed{div\vec{E} = 0}$ $\boxed{\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$

$$\boxed{div\vec{B} = 0} \quad \boxed{\overrightarrow{rot}\vec{B} = \varepsilon_0\mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$$

- Dans un milieu linéaire, homogène, isotrope (L.H.I.), en l'absence de charges et de courants:

$$\boxed{div\vec{E} = 0} \quad \boxed{\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

$$\boxed{div\vec{B} = 0} \quad \boxed{\overrightarrow{rot}\vec{B} = \varepsilon\mu \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}}$$

I - Onde électromagnétique

3 - Equation de propagation dans le vide

Rappel: $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{E}) = \overrightarrow{grad}(div\vec{E}) - \Delta\vec{E}$

Dans le vide: $\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}\vec{E}) = \overrightarrow{grad}(div\vec{E}) - \Delta\vec{E} = -\Delta\vec{E}$

$$\overrightarrow{rot}\left(-\frac{\overrightarrow{\partial B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}(\overrightarrow{rot}\vec{B}) = -\varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

Équation de propagation du champ électrique:

$$\Rightarrow \Delta\vec{E} - \varepsilon_0\mu_0\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \qquad \varepsilon_0\mu_0 c^2 = 1$$

Propagation à la vitesse: $V = C = \sqrt{\dfrac{1}{\varepsilon_0\mu_0}}$

De même: $\Delta\vec{B} - \varepsilon_0\mu_0\dfrac{\partial^2\vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0}$ dans le vide

I - Onde électromagnétique
3 - Equation de propagation

Dans un milieu matériel (L.H.I),

équation de propagation du champ électrique:

$$\boxed{\Delta\vec{E} - \varepsilon\mu\,\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}}$$

propagation à la vitesse: $V = \dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} = \dfrac{1}{\sqrt{(\varepsilon_r\varepsilon_0\mu_0)}}$

Mais: $\varepsilon_0\mu_0 c^2 = 1 \quad \Rightarrow V = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon_r}} = \dfrac{c}{n}$

n: indice du milieu

Onde plane de direction Ox (une variable d'espace)

Rappel

$$\Delta\vec{E} = \left| \begin{array}{l} \Delta E_x = \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} \\ \Delta E_y = \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} \\ \Delta E_z = \dfrac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} \end{array} \right.$$

$$\vec{E} = \vec{E}(x,t) \Rightarrow \Delta\vec{E} = \left| \begin{array}{l} \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} \\ \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} \\ \dfrac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} - \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_i}{\partial t^2} = 0 \qquad (i = x, y, z)$$

Solution générale: $E_i = f_i(t-x/c) + g_i(t+x/c)$

I - Onde électromagnétique
4 – Vitesse de phase – vitesse de groupe

Considérons: $\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx - \varphi_i)$

La phase est définie par: $\phi(x,t) = (\omega t - kx + \varphi_i)$

$$\phi(x,t) = k\left[\frac{\omega}{k}t - x + \varphi'_i\right]$$

Le plan d'onde avance à la vitesse de phase v_φ : $v_\varphi = \dfrac{\omega}{k}$

Ici: $v_\varphi = c$

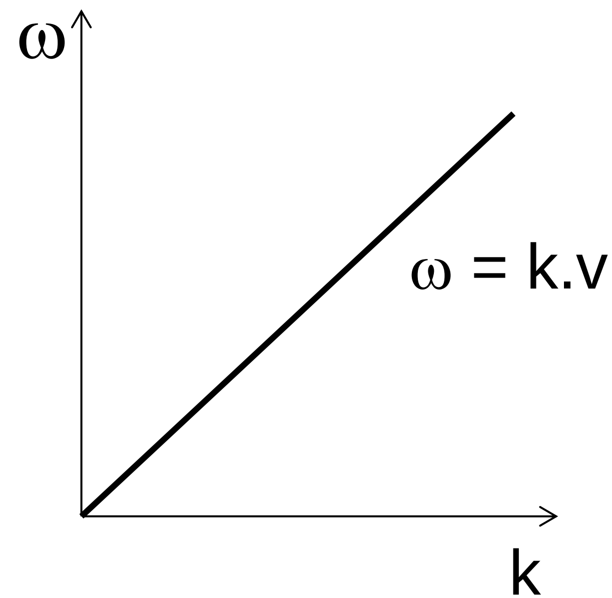
Dispersion

Relation de dispersion pour un phénomène ondulatoire donné :

relation entre ω et k : $\omega(k)$ ou $k(\omega)$

❖ Cas d'un milieu non dispersif :

la vitesse ne dépend pas de la fréquence; la relation de dispersion est représentée par une droite passant par l'origine $\omega = k.v$



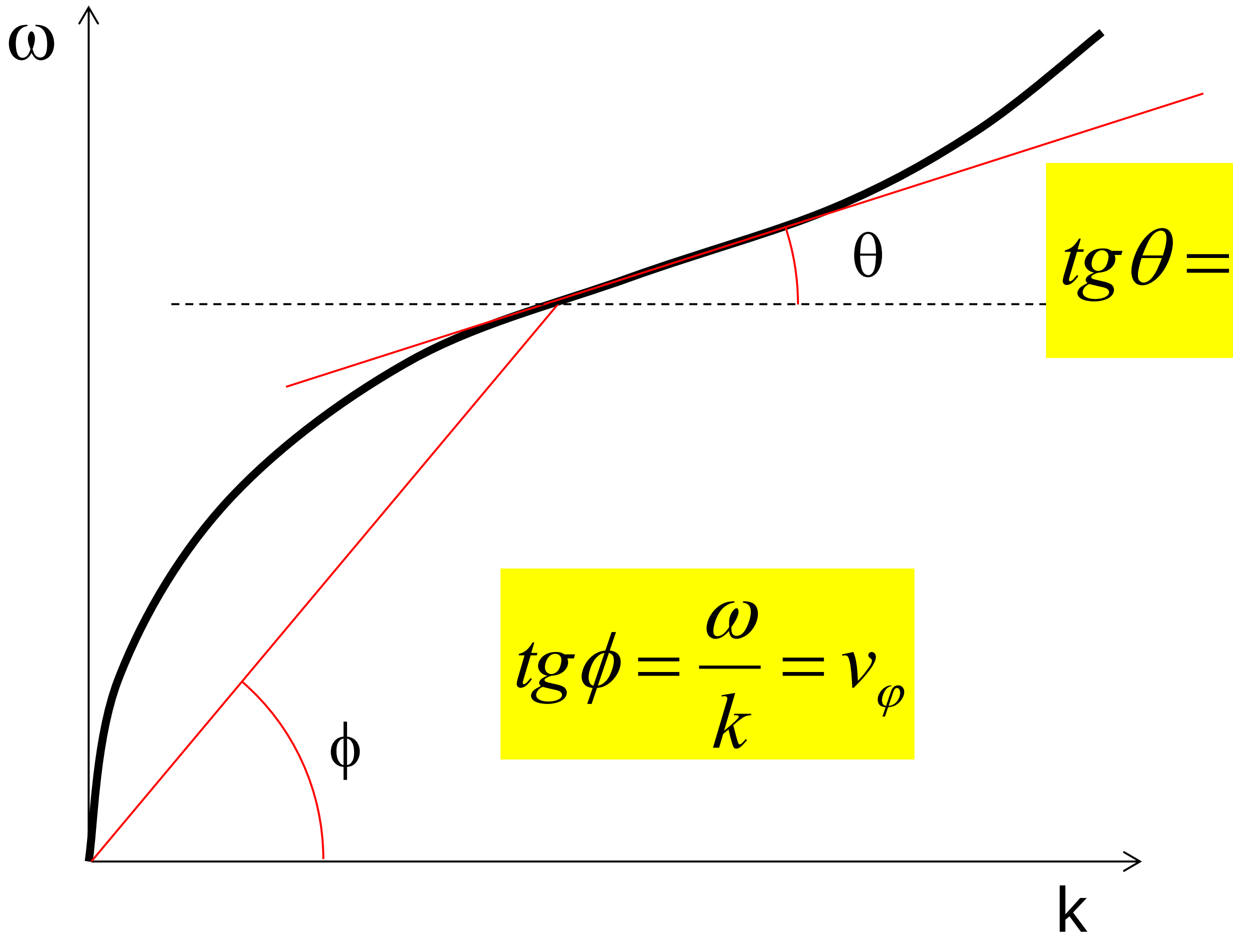
I - Onde électromagnétique
4 – Vitesse de phase – vitesse de groupe

Pour un paquet d'ondes (superposition de plusieurs OPPM de fréquences différentes), la vitesse de groupe est définie par:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$ soit ici $v_g = c$ qui correspond dans ce cas

à la vitesse de propagation de l'énergie v_e

❖ Cas d'un milieu dispersif



$$tg\theta = \frac{d\omega}{dk} = v_g$$

$$tg\phi = \frac{\omega}{k} = v_\varphi$$

Milieu dispersif : ➡ vitesse de groupe v_g

II - Onde plane progressive monochromatique

1 - Onde plane

Onde plane :

La grandeur qui se propage s(M,t) (champ scalaire ou vectoriel) a la même valeur en tous les points M des plans perpendiculaires à la direction de propagation

$$\vec{E}(M,t) = \vec{E}_1\left(t - \frac{z}{\mathrm{v}}\right) + \vec{E}_2\left(t + \frac{z}{\mathrm{v}}\right)$$

Propagation par ondes planes suivant Oz: les plans d 'ondes sont des plans perpendiculaires à Oz, parallèles à xOy.

$\vec{E}_1\left(t - \frac{z}{\mathrm{v}}\right)$: Onde plane progressive se propageant dans le sens des z croissants,

$\vec{E}_2\left(t + \frac{z}{\mathrm{v}}\right)$: Onde plane progressive se propageant dans le sens des z décroissants

Surfaces d'ondes

Surface d'onde :
surface atteinte par la perturbation à l'instant t
(lieu des points où la phase est constante)

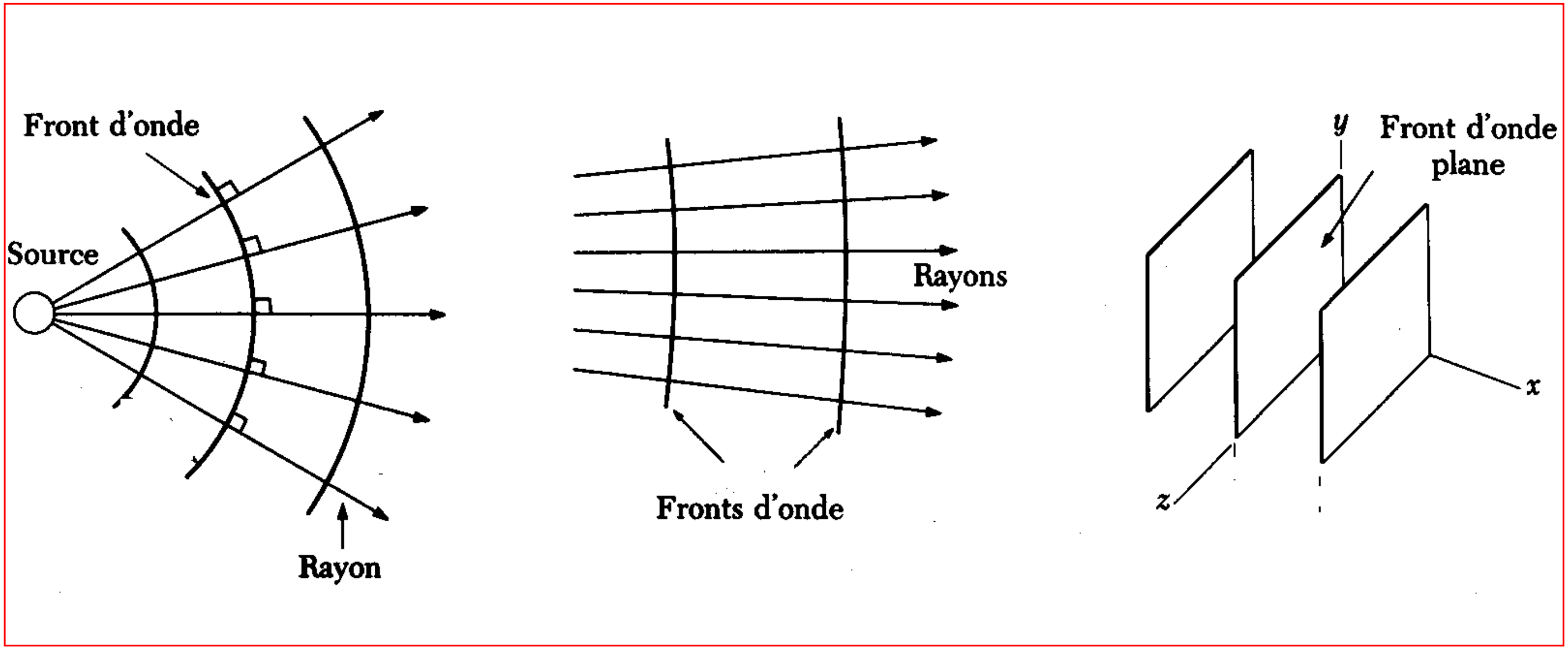
✓Propagation par ondes planes

✓Propagation par ondes $\vec{k}$ sphériques

✓ La normale à la surface d'onde indique la direction de propagation de l'onde ("rayon").

✓ Le vecteur d'onde est le vecteur de module $k=2\pi/\lambda$ porté par la normale à la surface d'onde et dirigé dans le sens de la propagation.

Onde plane : $s(\vec{r},t) = s(x,y,z,t) = A\cos\left(\omega t - \vec{k}.\vec{r}\right)$

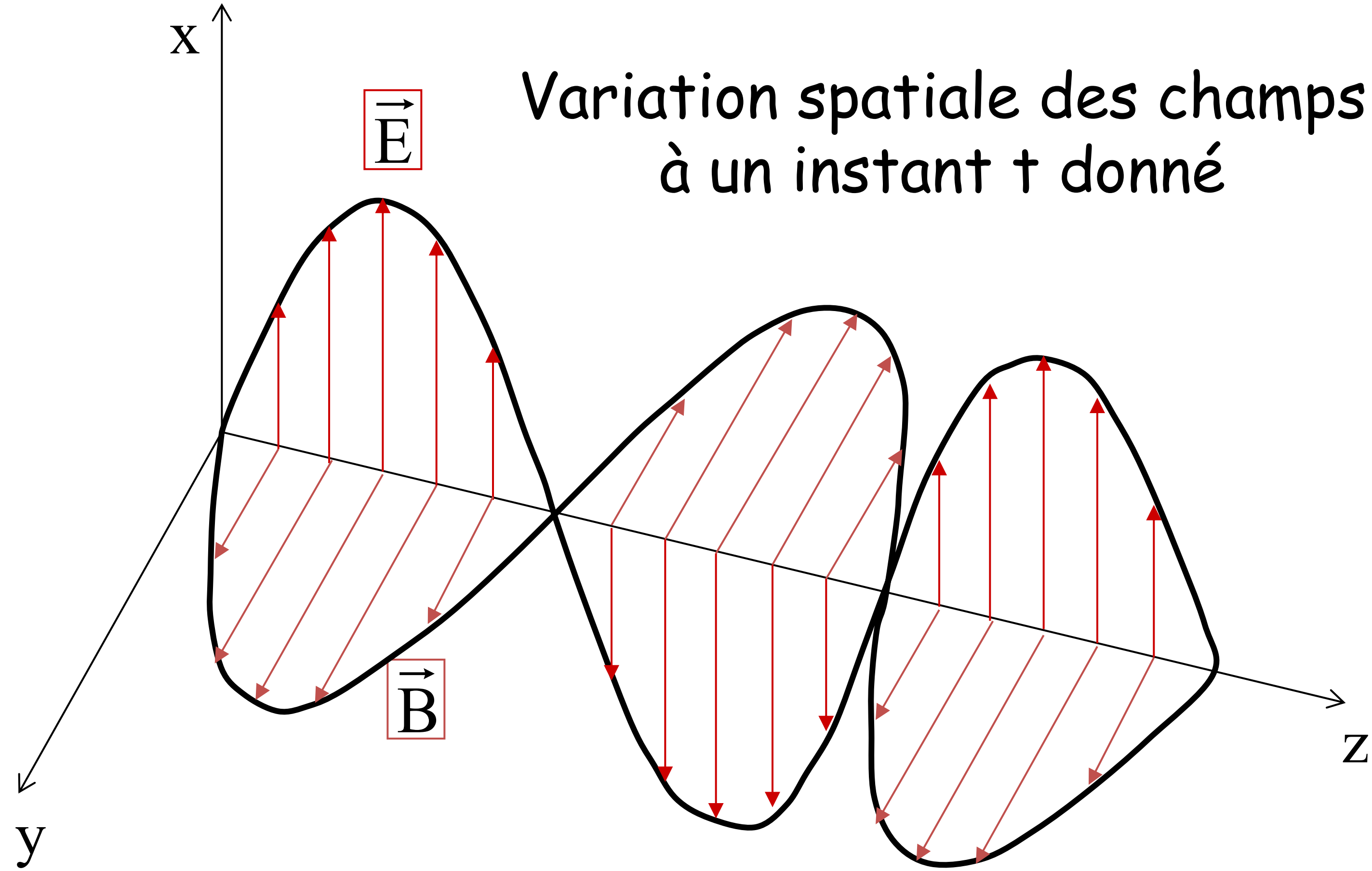


Onde sphérique : $s(\vec{r},t) = s(r,\theta,\varphi) = \dfrac{A}{r}\cos\left(\omega t - \vec{k}.\vec{r}\right)$

II - Onde plane progressive monochromatique

1 - Onde plane

Variation spatiale des champs
à un instant t donné



$\vec{E}$ polarisé rectilignement suivant Ox

Rappel

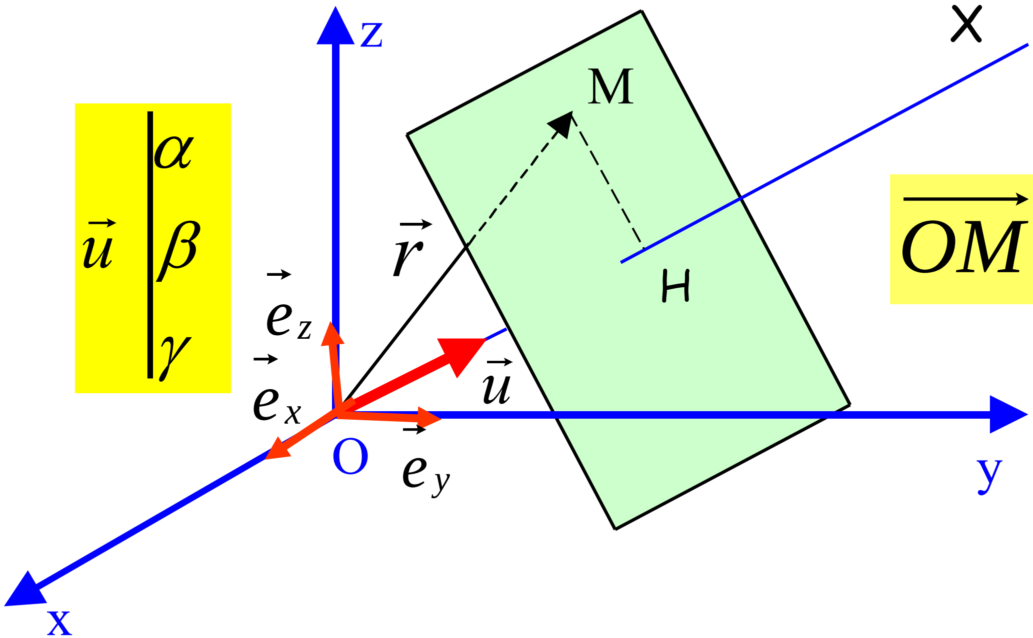
$$\Delta\vec{E} = \left| \begin{array}{l} \Delta E_x = \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} \\[2ex] \Delta E_y = \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} \\[2ex] \Delta E_z = \dfrac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 E_z}{\partial y^2} + \dfrac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} \end{array} \right.$$

$$\textit{Considérons} \quad \vec{E} = \vec{E}(x,t) \Rightarrow \Delta\vec{E} = \left| \begin{array}{l} \dfrac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} \\[2ex] \dfrac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} \\[2ex] \dfrac{\partial^2 E_z}{\partial x^2} \end{array} \right.$$

II - Onde plane progressive monochromatique
1 - Onde plane

Propagation par ondes planes suivant la direction définie par le vecteur unitaire $\vec{u}$; les plans d'ondes sont des plans perpendiculaires à $\vec{u}$.

$$\vec{u} \begin{vmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{vmatrix}$$



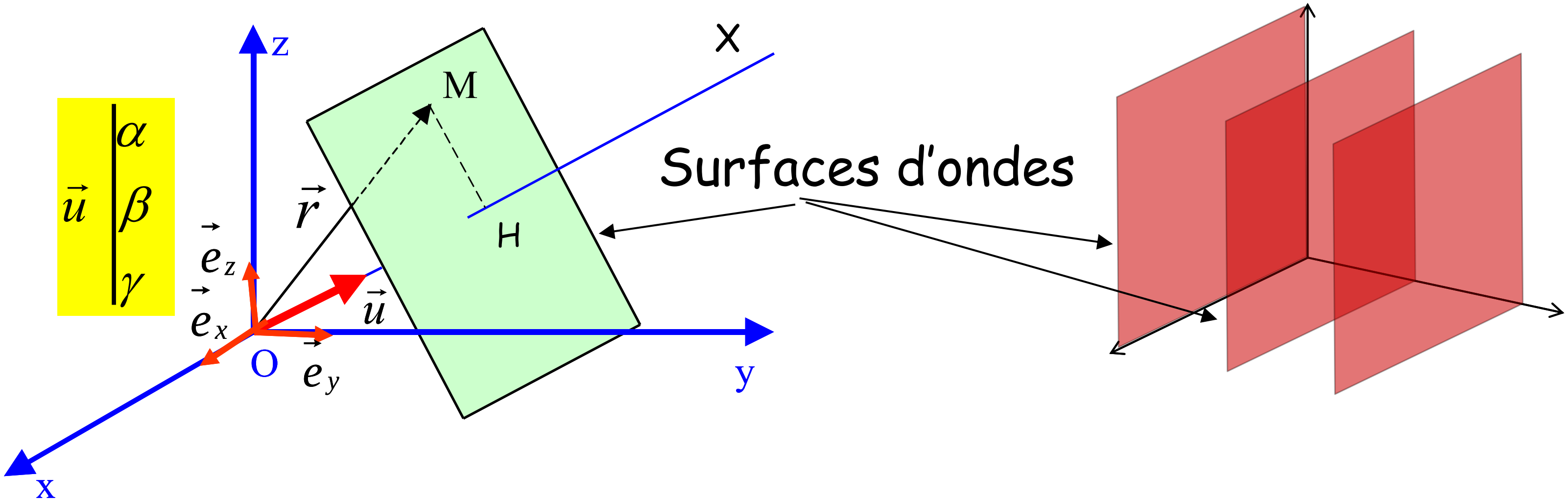
$$\overrightarrow{OM} = \vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$$

α, β et γ: coefficients directeurs avec: $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} = 1$

II - Onde plane progressive monochromatique

1 - Onde plane

Quel que soit le point M(x,y,z) du plan d'onde, $\overrightarrow{E}$ est le même à t fixé. Or tous les points M se projettent en H.



$$E_i = E_{0i}\cos(\omega t - kX + \varphi_i) = E_{0i}\cos(\omega t - k\overline{OH} + \varphi_i)$$

$$\overline{OH} = \overrightarrow{OM}.\vec{u} = \alpha x + \beta y + \gamma z = \vec{r}.\vec{u} \Rightarrow E_i = E_{0i}\cos(\omega t - \vec{k}.\vec{r} + \varphi_i)$$

avec $\vec{k} = k\vec{u}$

II - Onde plane progressive monochromatique

1 - Onde plane

$$\vec{E}(M,t) = \vec{E}_1(t - \frac{\vec{u}.\vec{r}}{\mathrm{v}}) + \vec{E}_2(t + \frac{\vec{u}.\vec{r}}{\mathrm{v}})$$

$\vec{E}_1(t - \frac{\vec{u}.\vec{r}}{\mathrm{v}})$ Onde plane progressive se propageant dans le sens de $\vec{u}$

$\vec{E}_2(t + \frac{\vec{u}.\vec{r}}{\mathrm{v}})$ Onde plane progressive se propageant dans le sens de $-\vec{u}$

Notations complexes

Rappels : $A(\vec{r},t) = A_0 \cos(\omega t - \vec{k}.\vec{r} + \varphi)$

$$A(\vec{r}) = \mathrm{Re}\left(\underline{A}(\vec{r})\right)$$

$$\underline{A}(\vec{r},t) = A_0 \cos(\omega t - \vec{k}.\vec{r} + \varphi) + jA_0 \sin(\omega t - \vec{k}.\vec{r} + \varphi)$$

$$\underline{A}(\vec{r},t) = A_0 e^{j(\omega t - \vec{k}.\vec{r} + \varphi)} = A_0 e^{j(\varphi - \vec{k}.\vec{r})} e^{j\omega t} = \underline{\mathrm{A}}(\vec{r}) e^{j\omega t}$$

$\underline{\mathrm{A}}(\vec{r}) = A_0 e^{j(\varphi - \vec{k}.\vec{r})}$ est l'amplitude complexe

Pour le champ électromagnétique :

$$\begin{bmatrix} \vec{E}(\vec{r},t) \\ \vec{B}(\vec{r},t) \end{bmatrix} \Longleftrightarrow \begin{bmatrix} \underline{\vec{E}}(\vec{r},t) = \underline{\vec{\mathrm{E}}}(\vec{r}) e^{j\omega t} \\ \underline{\vec{B}}(\vec{r},t) = \underline{\vec{\mathrm{B}}}(\vec{r}) e^{j\omega t} \end{bmatrix}$$

Pour l'onde plane :

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \left| \begin{aligned} E_x &= E_{0x}\cos(\omega t - \vec{k}.\vec{r} + \varphi_x) \\ E_y &= E_{0y}\cos(\omega t - \vec{k}.\vec{r} + \varphi_y) \\ E_z &= E_{0z}\cos(\omega t - \vec{k}.\vec{r} + \varphi_z) \end{aligned} \right.$$

$$\underline{\vec{E}}(\vec{r},t) = \left| \begin{aligned} \underline{E}_x &= \boxed{E_{0x}e^{j\varphi_x}}\, e^{-j\vec{k}.\vec{r}} e^{j\omega t} \\ \underline{E}_y &= \boxed{E_{0y}e^{j\varphi_y}}\, e^{-j\vec{k}.\vec{r}} e^{j\omega t} \\ \underline{E}_z &= \boxed{E_{0z}e^{j\varphi_z}}\, e^{-j\vec{k}.\vec{r}} e^{j\omega t} \end{aligned} \right.$$

$$\underline{\vec{E}}_0$$

seulement pour une onde plane !

II-Onde plane progressive monochromatique
2- Structure de l 'onde plane

Soit: $\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_0 \exp\ j[\omega t - \vec{k}.\vec{r}] = \underline{\vec{E}}_0 \exp\ j[\omega t - (k_x x + k_y y + k_z z)]$

avec: $\vec{k} \begin{vmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{vmatrix}_{x,y,z}$ et $\underline{\vec{E}} \begin{vmatrix} \underline{E}_x \\ \underline{E}_y \\ \underline{E}_z \end{vmatrix}_{x,y,z}$

$$div\,\underline{\vec{E}} = \frac{\partial \underline{E}_x}{\partial x} + \frac{\partial \underline{E}_y}{\partial y} + \frac{\partial \underline{E}_z}{\partial z} = -j\vec{k}.\underline{\vec{E}} \Rightarrow \vec{k}.\underline{\vec{E}} = 0 \Rightarrow \vec{E} \subset \text{ plan d'onde}$$

De même: $div\,\underline{\vec{B}} = -j\vec{k}.\underline{\vec{B}} \Rightarrow \vec{k}.\underline{\vec{B}} = 0 \Rightarrow \vec{B} \subset$ plan d'onde

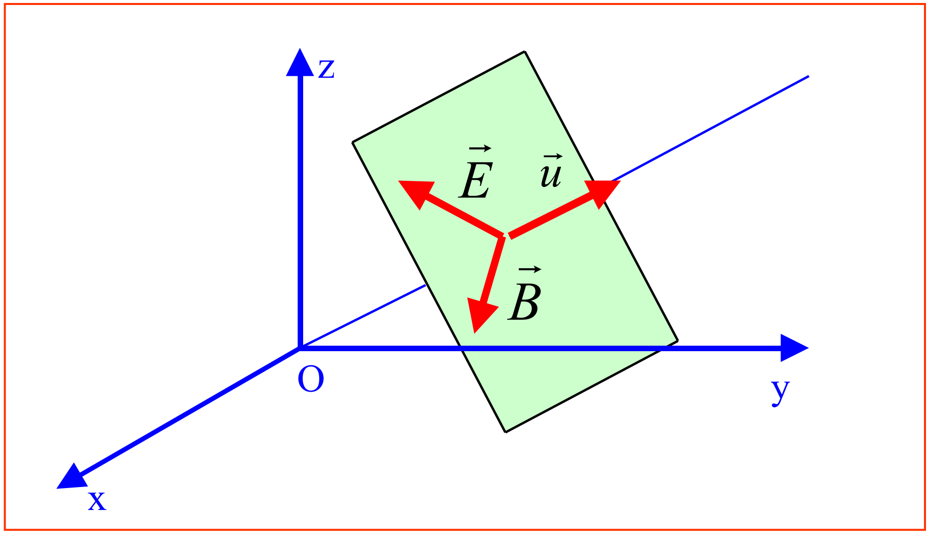
$$\overrightarrow{rot}\,\underline{\vec{E}} = -j\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}} \Rightarrow -j\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}} = -j\omega\underline{\vec{B}} \Rightarrow \underline{\vec{B}} = \frac{\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}}}{\omega}$$

II - Onde plane progressive monochromatique
2 - Structure de l'onde plane

- ✓ $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont dans le plan d'onde
- ✓ $\vec{E}$ est perpendiculaire à $\vec{B}$
- ✓ $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{u}$ forment un trièdre direct
- ✓ Et: $\vec{B} = \dfrac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c}$

$\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont en phase

$$\underline{\vec{B}} = \frac{\vec{k} \Lambda \underline{\vec{E}}}{\omega} \Rightarrow \frac{E}{B} = \frac{\omega}{k} = c$$



II - Onde plane progressive monochromatique
3 - Onde plane monochromatique

- Champ électrique

$$E_x = E_{0x}\cos(\omega t - \vec{k}.\vec{r} + \varphi_x)$$

$$E_y = E_{0y}\cos(\omega t - \vec{k}.\vec{r} + \varphi_y)$$

$$E_z = E_{0z}\cos(\omega t - \vec{k}.\vec{r} + \varphi_z)$$

Vecteur d 'onde

$$\vec{k} = k\vec{u} = \frac{2\pi}{\lambda}\vec{u}$$

	Phase	Temps	Espace
Période	2π	T (s)	λ (m)
Fréquence	$\frac{1}{2\pi}$	$f = \frac{1}{T}$ (Hz)	$\sigma = \frac{1}{\lambda}$ (m^{-1})
Pulsation	1	$\omega = \frac{2\pi}{T}$ $(rad.s^{-1})$	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ $(rad.m^{-1})$

• Champ magnétique :

✓ pour l'onde plane on a vu :

$$\boxed{\vec{B} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c} = \frac{k\vec{u} \wedge \vec{E}}{kc} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}}$$

✓ plus généralement, on écrira :

$$\boxed{\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

Equations de Maxwell dans le vide :

$$\overrightarrow{rot}\left(\underline{\vec{E}}(\vec{r})\right) = -j\omega\underline{\vec{B}}(\vec{r})$$

$$\overrightarrow{rot}\left(\underline{\vec{B}}(\vec{r})\right) = j\varepsilon_0\mu_0\omega\underline{\vec{E}}(\vec{r})$$

$$div\left(\underline{\vec{E}}(\vec{r})\right) = 0$$

$$div\left(\underline{\vec{B}}(\vec{r})\right) = 0$$

Equations de propagation :

$$\Delta\underline{\vec{E}}(\vec{r}) + \varepsilon_0\mu_0\omega^2\underline{\vec{E}}(\vec{r}) = \vec{0} = \Delta\underline{\vec{E}}(\vec{r}) + \frac{\omega^2}{c^2}\underline{\vec{E}}(\vec{r})$$

$$\Delta\underline{\vec{B}}(\vec{r}) + \varepsilon_0\mu_0\omega^2\underline{\vec{B}}(\vec{r}) = \vec{0} = \Delta\underline{\vec{B}}(\vec{r}) + \frac{\omega^2}{c^2}\underline{\vec{B}}(\vec{r})$$

III - Aspects énergétiques
1 - Densité d'énergie électromagnétique

Densité d'énergie électromagnétique : $w(M,t) = \dfrac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \dfrac{B^2}{2\mu_0}$

Energie électromagnétique dans un volume fini :

$$W(t) = \iiint_{\text{Volume}} w(M,t)\,d\tau = \iiint_{\text{volume}} \left(\frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}\right) d\tau$$

En valeurs moyennes :

$$w_{\text{moyen}}(M) = \langle w(M,t) \rangle_t \qquad W_{\text{moyen}} = \langle W(t) \rangle_t$$

III - Aspects énergétiques
2 - Vecteur de Poynting

Vecteur de Poynting $\vec{R}$ = vecteur densité de flux de puissance

Le vecteur de Poynting caractérise le transport d'énergie par l'onde électromagnétique.

Energie traversant par unité de temps une surface (S)

$$\boxed{\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}} \qquad (\mathrm{W/m^2})$$

$$\langle \vec{R} \rangle = \Re e\{\underline{\vec{R}}\} \quad \text{avec} \quad \boxed{\underline{\vec{R}} = \frac{1}{2\mu_0}\underline{\vec{E}} \wedge \underline{\vec{B}}^*} \quad \text{ou} \quad \boxed{\underline{\vec{R}} = \frac{1}{2}\underline{\vec{E}} \wedge \underline{\vec{H}}^*}$$

Puissance moyenne temporelle: $\boxed{P_m = \iint_{(S)} \langle \vec{R} \rangle . \overrightarrow{dS} = \iint_{(S)} \langle \vec{R} \rangle . \vec{n} dS}$